अभाज्य समय

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» इडली-वड़ा खेल -- गुणज (Multiples) की पहचान

» जैकपॉट के लिए छलांग -- गुणनखंड (Factors) की खोज

» दो खज़ानों तक पहुँचना -- उभयनिष्ठ गुणनखंड

» संपूर्ण संख्या (Perfect Number) -- 28 का रहस्य

» गुणज बनाम गुणनखंड -- दोनों में अंतर

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. अगर खेल 1 से 30 तक खेला जाए, तो कितनी बार 'इडली-वड़ा' (दोनों एक साथ) बोला जाएगा?

› 'इडली-वड़ा' तभी बोला जाता है जब संख्या 3 और 5 दोनों की गुणज हो, यानी 15 की गुणज

› 1 से 30 तक 15 के गुणज हैं: 15, 30

› इसलिए कुल 2 बार 'इडली-वड़ा' बोला जाएगा

उत्तर – 1 से 30 तक 'इडली-वड़ा' सिर्फ़ 2 बार बोला जाएगा -- संख्या 15 और 30 पर, क्योंकि ये दोनों 3 और 5 दोनों की गुणज हैं।

उदाहरण 2. क्या छलांग का आकार 1 और 24 भी जुपी को 24 पर पहुँचा सकता है?

› छलांग आकार 1 से: 0,1,2,3...24 -- हाँ, 24 पर पहुँचेगा (हर संख्या 1 की गुणज होती है)

› छलांग आकार 24 से: 0,24 -- हाँ, सीधे 24 पर पहुँच जाएगा

› इसलिए 1 और 24 (खुद संख्या) दोनों हमेशा उसके अपने गुणनखंड होते हैं

उत्तर – हाँ, दोनों छलांग आकार (1 और 24) जुपी को 24 पर पहुँचा देंगे, क्योंकि 1 और स्वयं संख्या हमेशा उसके गुणनखंड होते हैं।

उदाहरण 3. 20 और 28 के उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात करें।

› 20 के गुणनखंड: 1, 2, 4, 5, 10, 20

› 28 के गुणनखंड: 1, 2, 4, 7, 14, 28

› दोनों सूचियों में साझा संख्याएँ: 1, 2, 4

उत्तर – 20 और 28 के उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं: 1, 2, और 4।

उदाहरण 4. 1 से 10 के बीच एक संपूर्ण संख्या ज्ञात करें।

› 6 के गुणनखंड जाँचें: 1, 2, 3, 6

› इनका योग: 1+2+3+6 = 12

› 12, 6 का दुगना (6×2=12) है, इसलिए 6 एक संपूर्ण संख्या है

उत्तर – 1 से 10 के बीच की संपूर्ण संख्या 6 है, क्योंकि इसके गुणनखंडों (1,2,3,6) का योग 12 है, जो 6 का दुगना है।

उदाहरण 5. बताएं कि 8, 4 का गुणज है या गुणनखंड, और 2, 8 का गुणज है या गुणनखंड।

› 8 = 4 × 2, यानी 8, 4 को गुणा करने से मिलता है, इसलिए 8, 4 का गुणज है

› 8 ÷ 2 = 4 (बिना शेष), यानी 2, 8 को पूरी तरह बाँट देता है, इसलिए 2, 8 का गुणनखंड है

उत्तर – 8, 4 का गुणज है (क्योंकि 4×2=8); और 2, 8 का गुणनखंड है (क्योंकि 8÷2=4, बिना शेष के)।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• 'दोनों संख्याओं का गुणज' निकालने के प्रश्न में हमेशा छोटी संख्या के गुणजों में से बड़ी संख्या से भी विभाज्य होने वाली संख्याएँ चुनें।

• किसी संख्या के सभी गुणनखंड ज्ञात करने के लिए 1 से शुरू करके उस संख्या तक जोड़ी बनाकर जाँचें (जैसे 24 के लिए 1×24, 2×12, 3×8, 4×6) -- इससे कोई गुणनखंड नहीं छूटेगा।

• उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात करने में हमेशा दोनों संख्याओं के पूरे गुणनखंड पहले अलग-अलग लिखें, फिर मिलान करें -- सीधे अंदाज़ा न लगाएं।

• संपूर्ण संख्या जाँचने के प्रश्न में हमेशा संख्या खुद को भी गुणनखंडों की सूची में शामिल करना न भूलें, वरना योग गलत आएगा।

• गुणज-गुणनखंड में भ्रम होने पर हमेशा जाँचें -- 'क्या यह संख्या दी गई संख्या से बड़ी है (तो शायद गुणज) या छोटी/बराबर है (तो शायद गुणनखंड)?'

एक नज़र में रिवीज़न

› गुणज = किसी संख्या को 1,2,3... से गुणा करने पर मिलने वाली संख्याएँ; 3 और 5 दोनों के गुणज = 15 के गुणज।

› गुणनखंड (Factor) = वह संख्या जो दी गई संख्या को पूरी तरह विभाजित करे; हमेशा सीमित और संख्या से छोटी/बराबर।

› उभयनिष्ठ गुणनखंड = वे गुणनखंड जो दो (या अधिक) संख्याओं में साझा हों; इन्हें ढूँढ़ने के लिए हर संख्या के सभी गुणनखंड अलग निकालकर मिलाएँ।

› संपूर्ण संख्या (जैसे 6, 28) = गुणनखंडों का योग उस संख्या का दुगना होता है।

› गुणज = गुणा से, अनंत, बड़े होते जाते हैं; गुणनखंड = भाग से, सीमित, संख्या से छोटे/बराबर।